

# 気象情報解析論第2回

パワースペクトルの計算

神山 翼, @t\_kohyama,  
[tsubasa@is.ocha.ac.jp](mailto:tsubasa@is.ocha.ac.jp),

理3-703

今日はフーリエ級数の考え方を  
実際のデータに拡張します

## パワースペクトルの計算

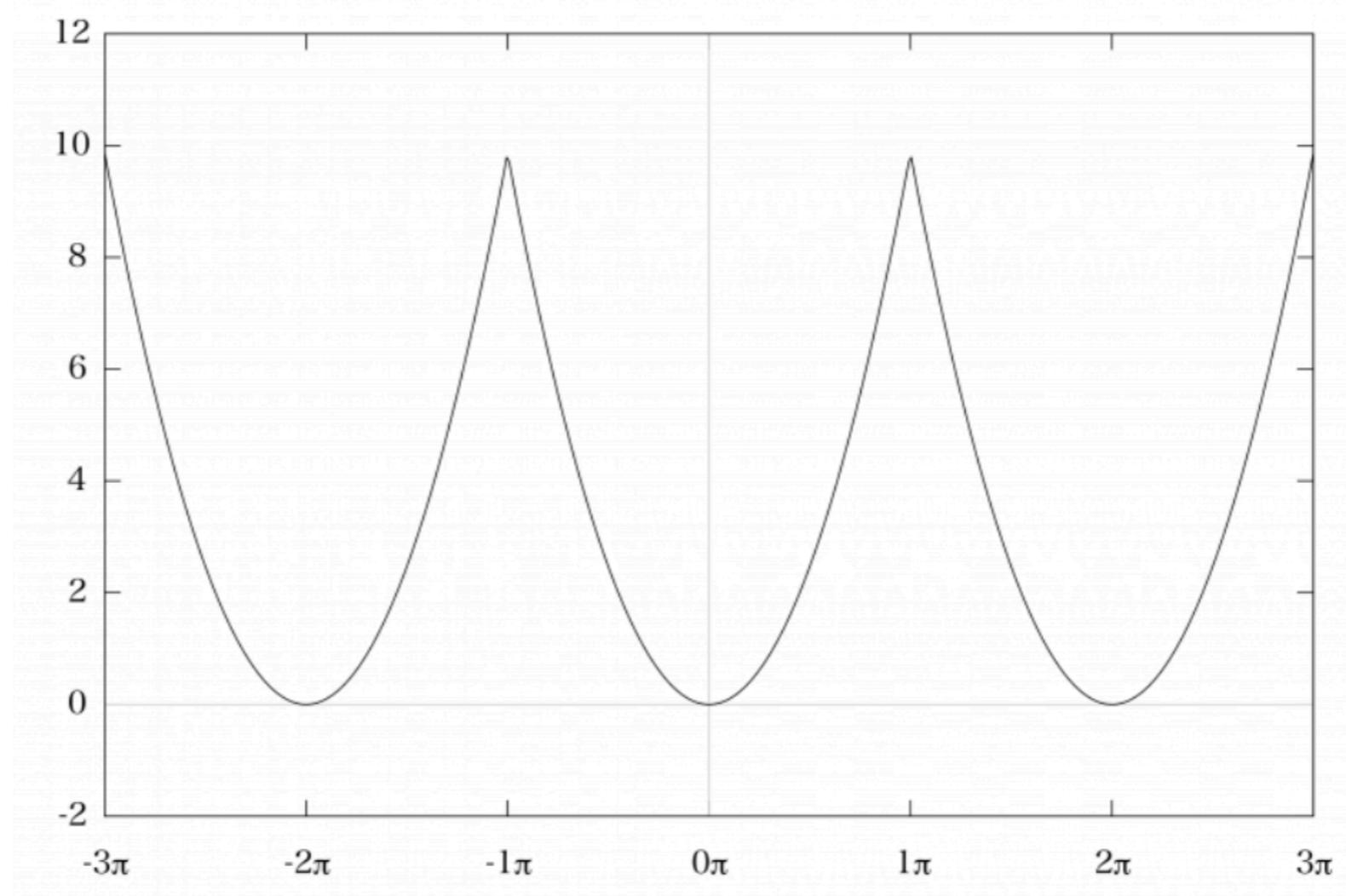
時系列データのパワースペクトルを計算することで  
卓越する周波数（帯）を検出する

FFT関数でフーリエ係数を計算したのち  
隣接する周波数と平均をとってスペクトルをなめらかにする

時系列データには色々な周波数のパワーが  
含まれていることを計算して示せるようになるのが目標

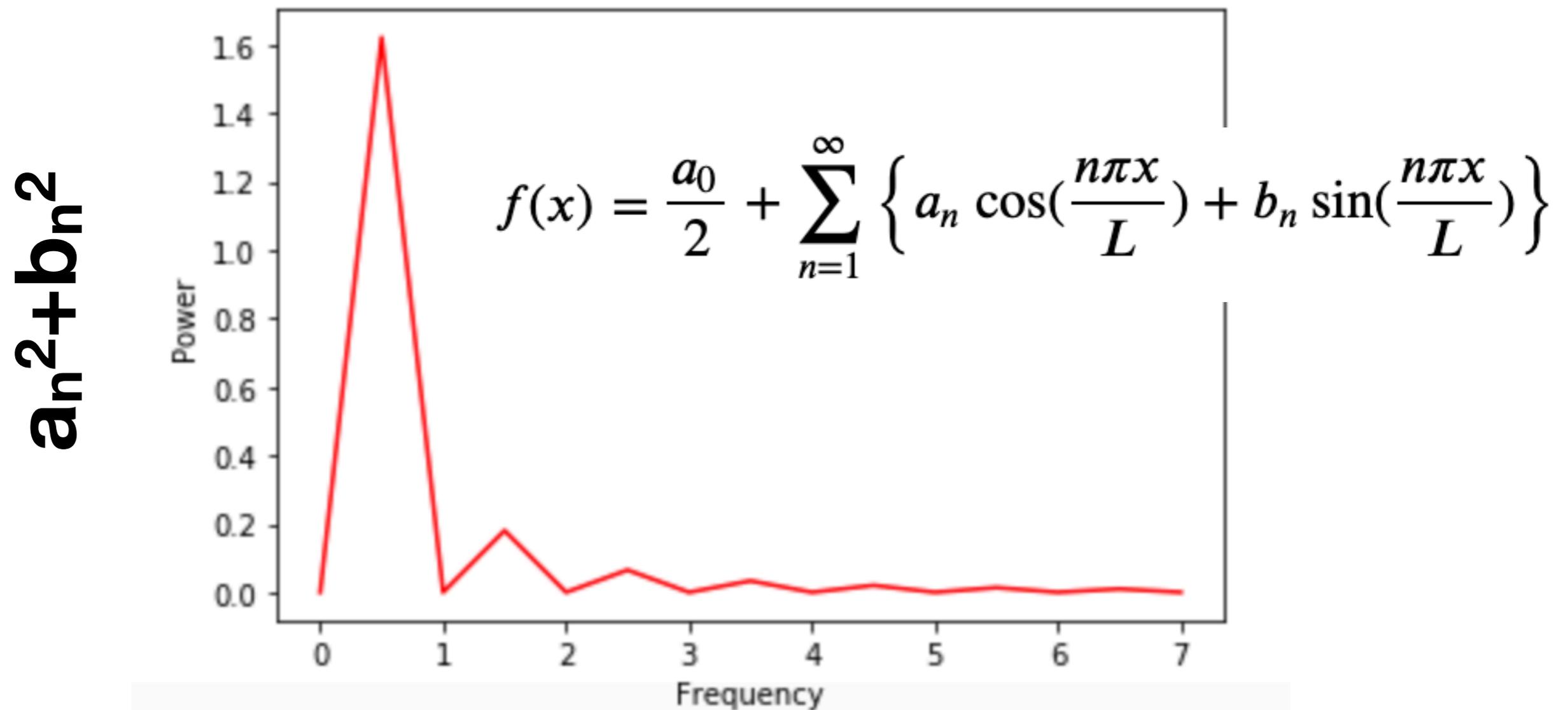
# フーリエ級数

例：放物線を繰り返すような周期関数



$$f(x) = \frac{\pi^2}{3} - 4 \cos x + \cos 2x - \frac{4}{9} \cos 3x + \frac{1}{4} \cos 4x + \dots$$

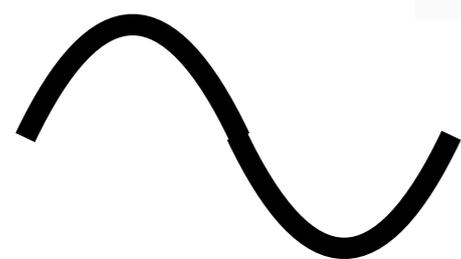
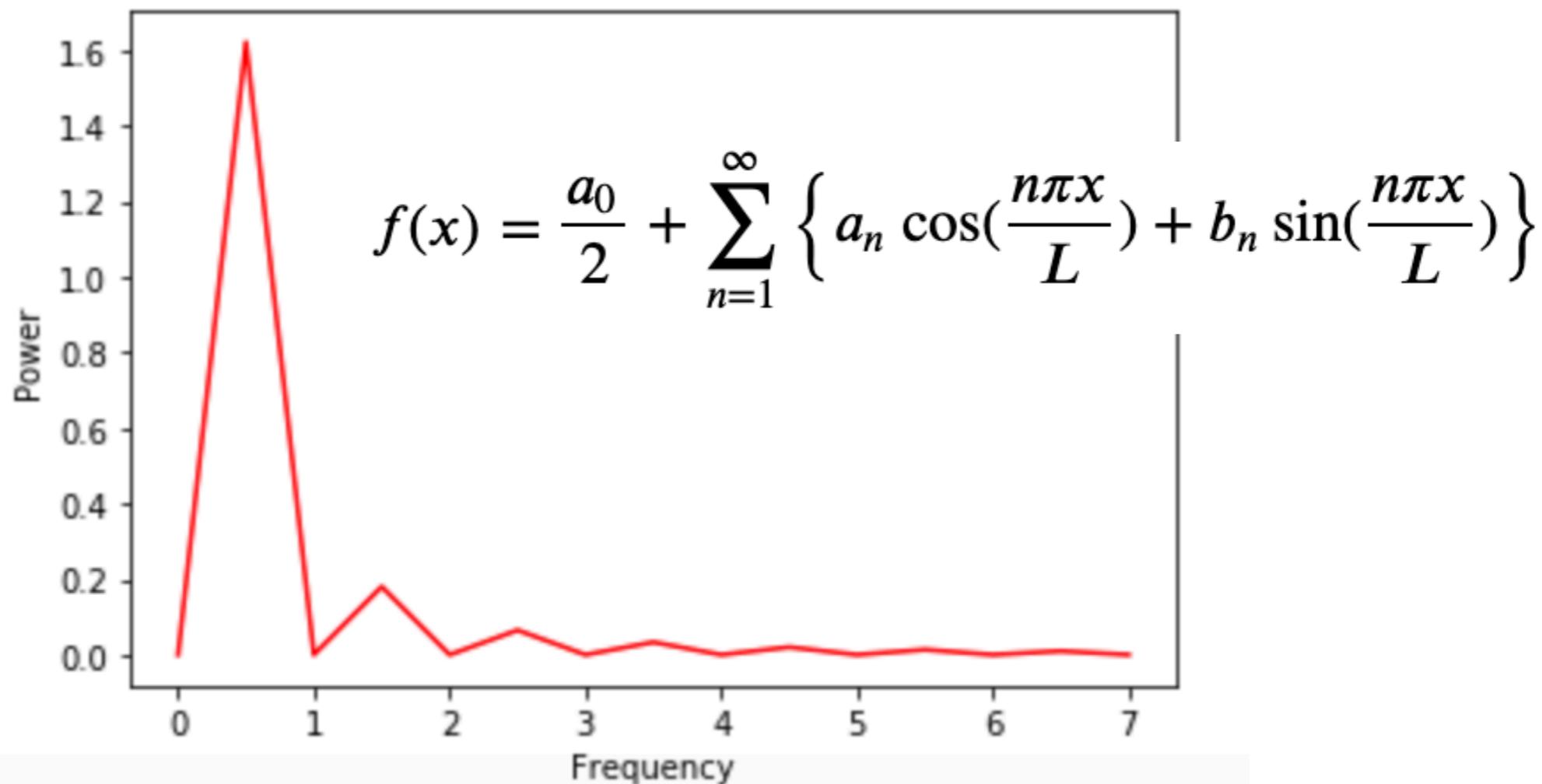
各周波数 (=周期の逆数) の三角関数について  
その振幅の2乗( $a_n^2+b_n^2 =$  「パワー」 といいいます)  
を並べた関数を**パワースペクトル**といいいます



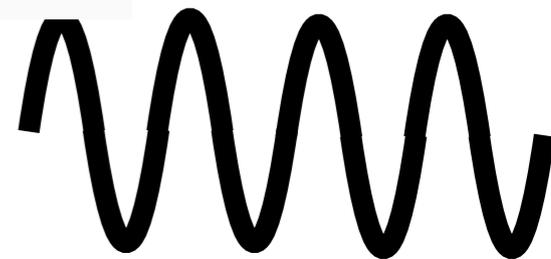
**周波数( $n/2L$ )**

# パワースペクトルの読み方

$a_n^2 + b_n^2$



周波数( $n/2L$ )



ゆったりした波

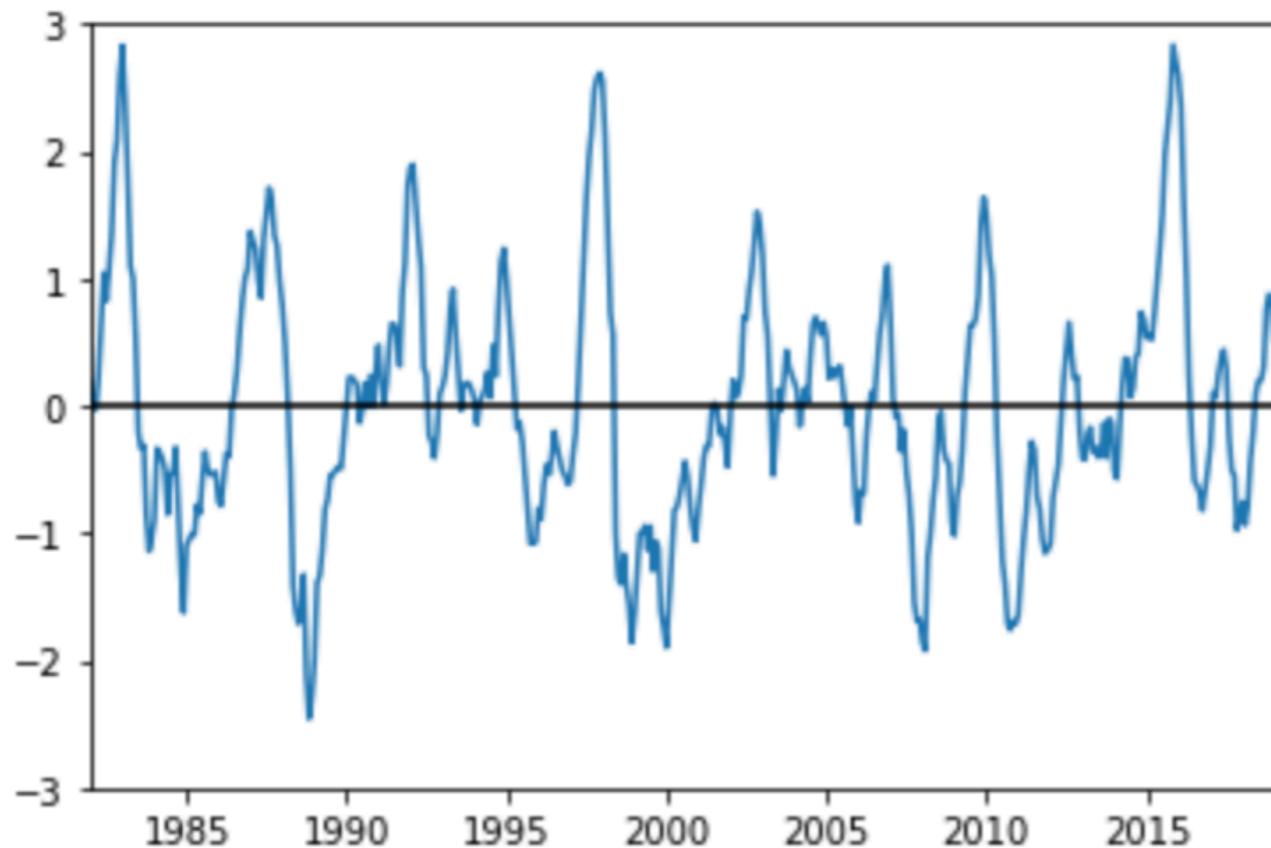
バタバタした波

がそれぞれどれだけ含まれているかを表す

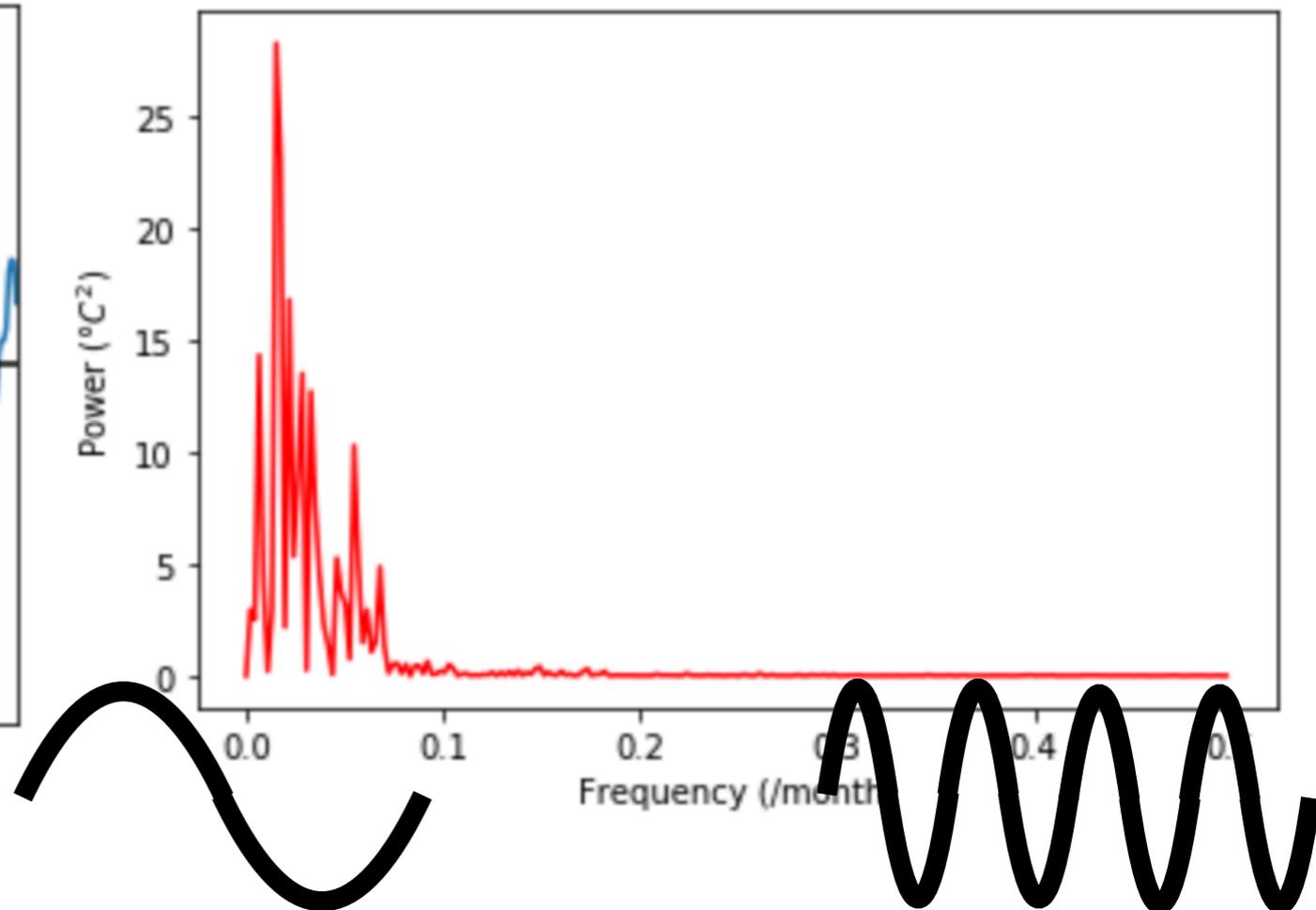
# 今回は気象に関する時系列データの パワースペクトルを求めます

例：Niño 3.4指数

時系列



パワースペクトル



え、周期関数じゃないけど  
どうするの？

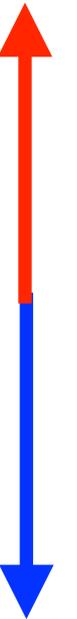
# まずNiño3.4指数ってなんでしたっけ

エルニーニョの符号・強弱を記述する指数

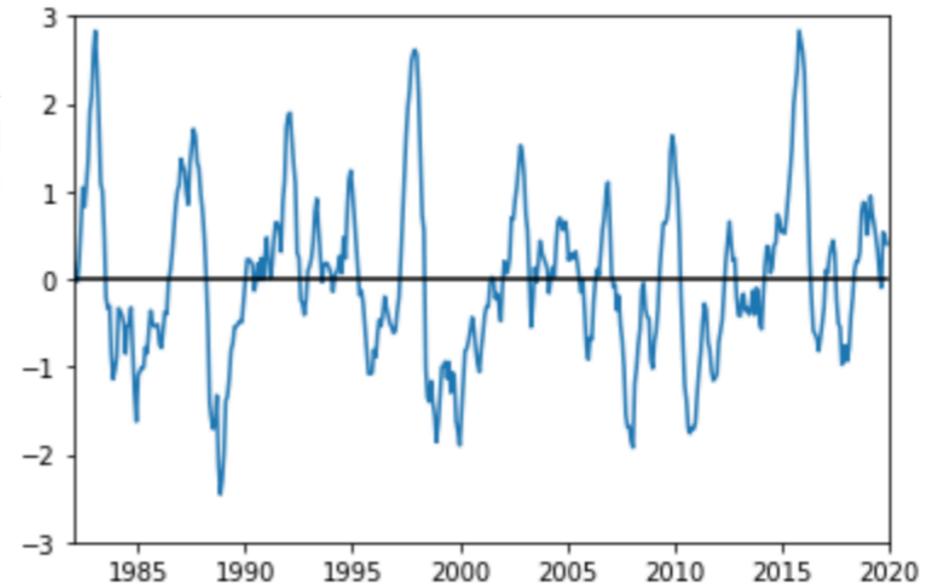
各月ごとに  
領域平均を  
計算



エルニーニョ



Niño 3.4指数

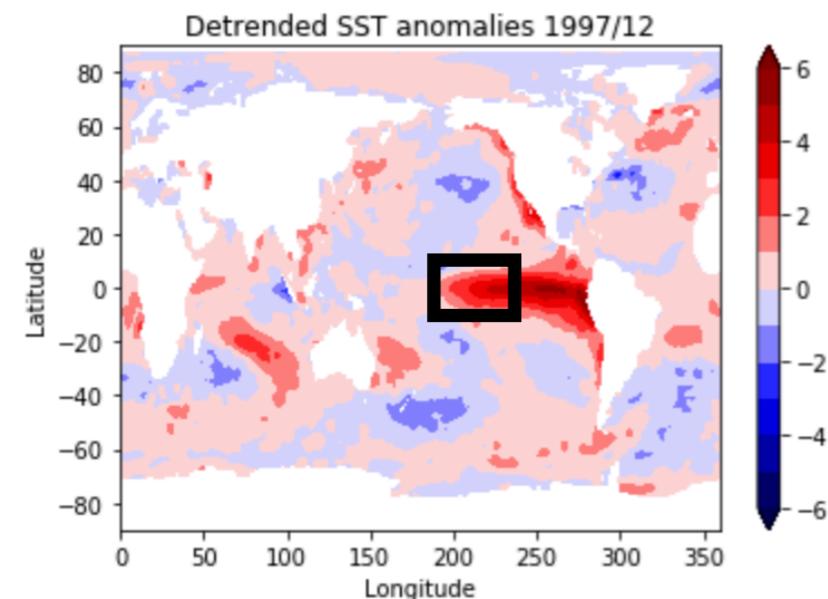


年 ラニーニャ

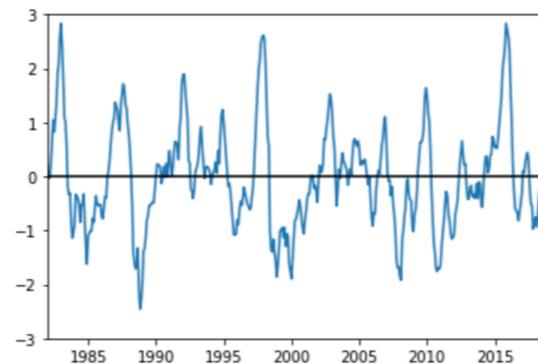
Niño3.4指数 =

**南緯5度 - 北緯5度, 西経170度 - 西経120度**

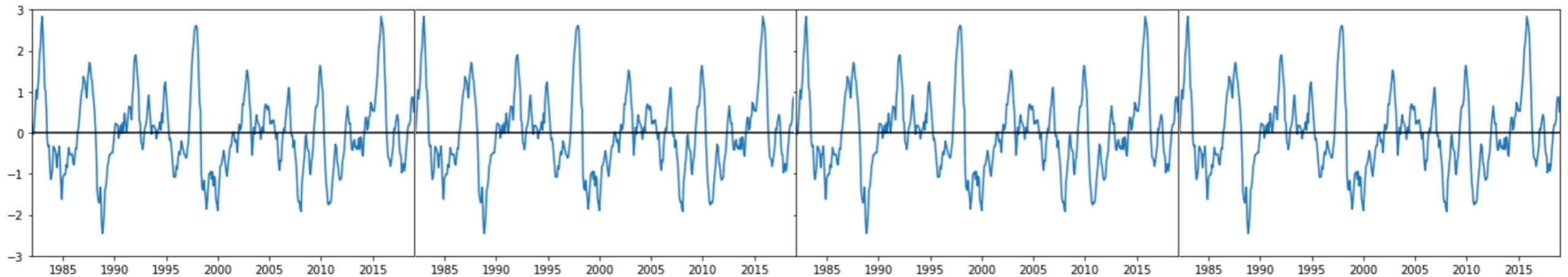
**で囲まれる領域の平均海面水温偏差の値**



観測されたNiño3.4指数の時系列が  
この先何回も繰り返されると  
仮定してパワースペクトルを計算



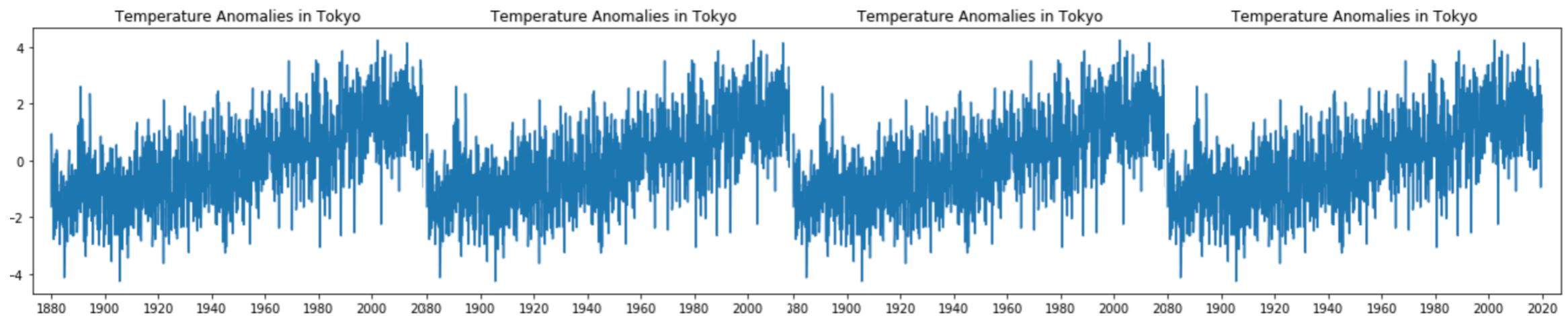
このかたまりを



何個もつなぎ合わせたら周期関数のできあがり

# デトレンドしないとノコギリ波になっちゃうよ

悪い例：デトレンドしてない東京の気温



始点と終点のつながり目が  
偽物の強いパワーを持たないように  
スペクトルを計算するときには  
デトレンドしましょう

いちいちsinとcosに回帰するの？

いいえ, pythonは一行で  
フーリエ級数を求めてくれます

```
nino34_k = np.fft.fft(nino34)
```

↑  $a_n$ と $b_n$ の情報を持つ複素数配列  
(ちゃんと理解したい人はD問題を解く)

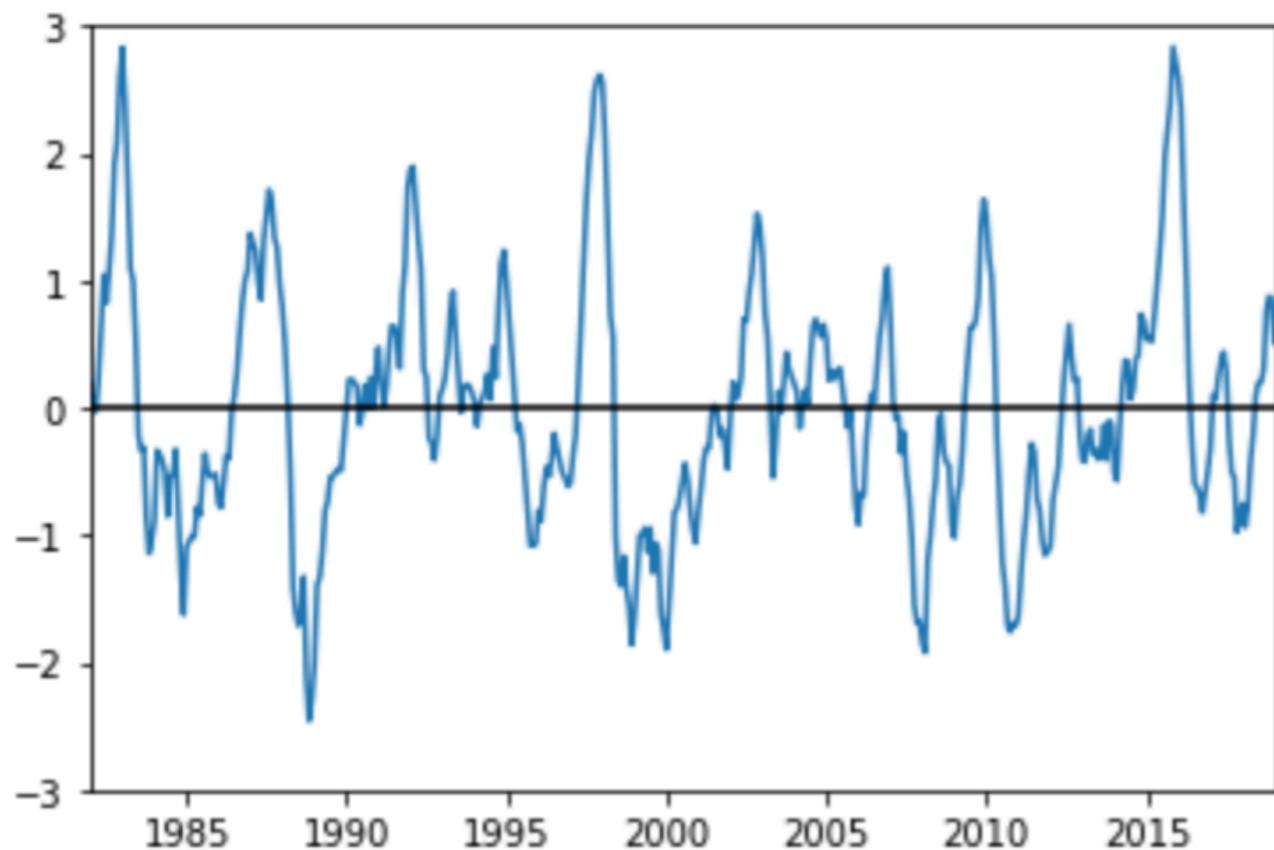
## Fast Fourier Transform (FFT)

(高速フーリエ変換) というアルゴリズムの名前  
を覚えて帰ってね

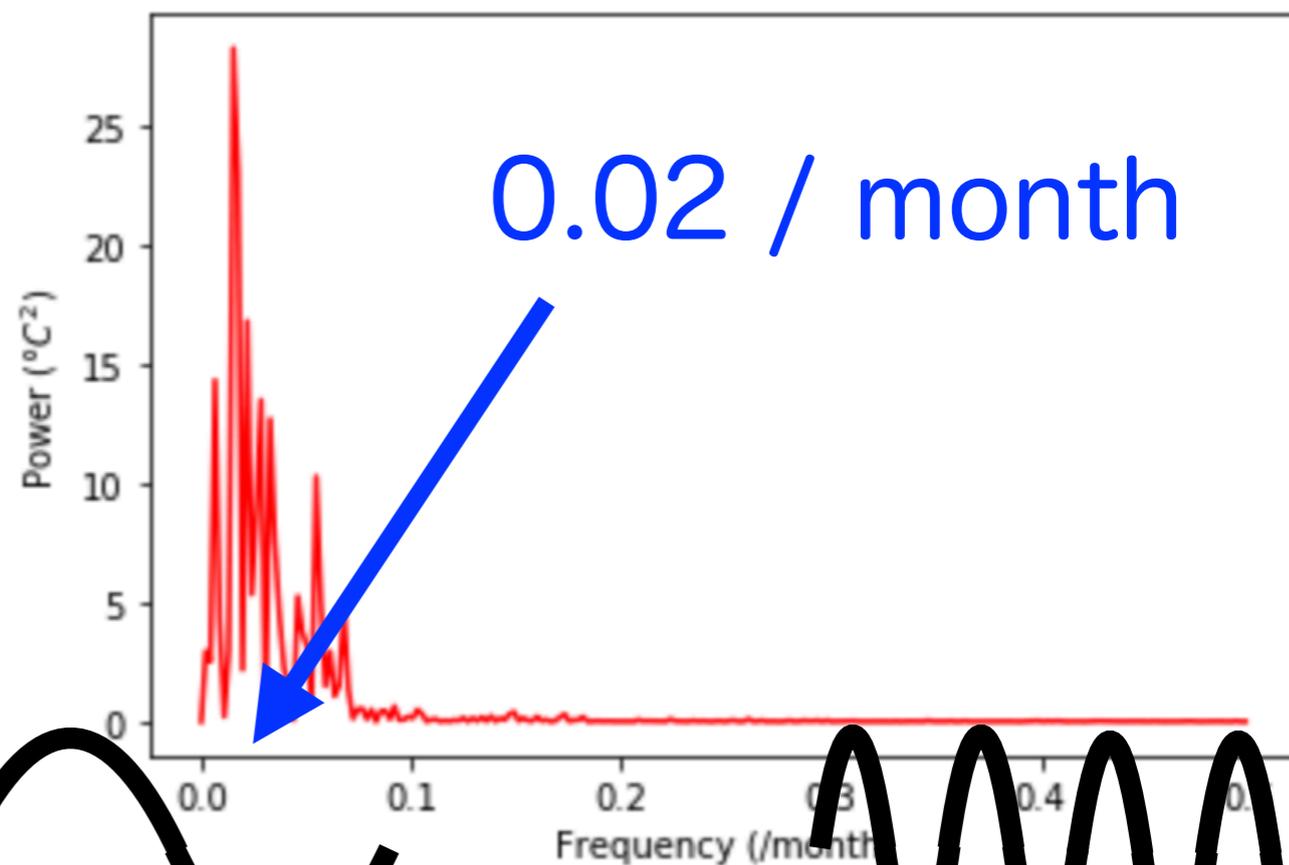
普通にやると  $O(N^2)$  かかる離散フーリエ変換を  
 $O(N \log N)$  で解くことができる

# 求めたパワースペクトルがこちら

## 時系列



## パワースペクトル



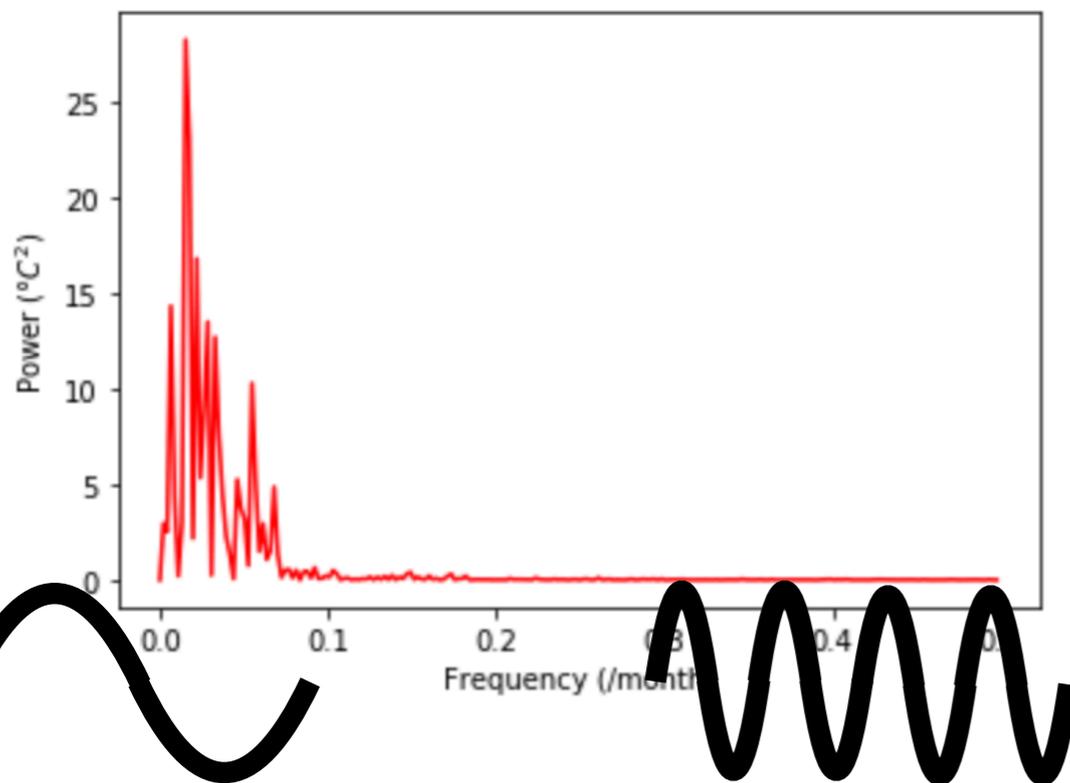
エルニーニョ南方振動は  
 $0.02 / \text{month} = 50 \text{ ヶ月 (4年)}$  程度の  
周期を持つ現象である！

# 見やすくするためにちょっとお化粧

隣接する周波数同士で平均を取るとなめらかに

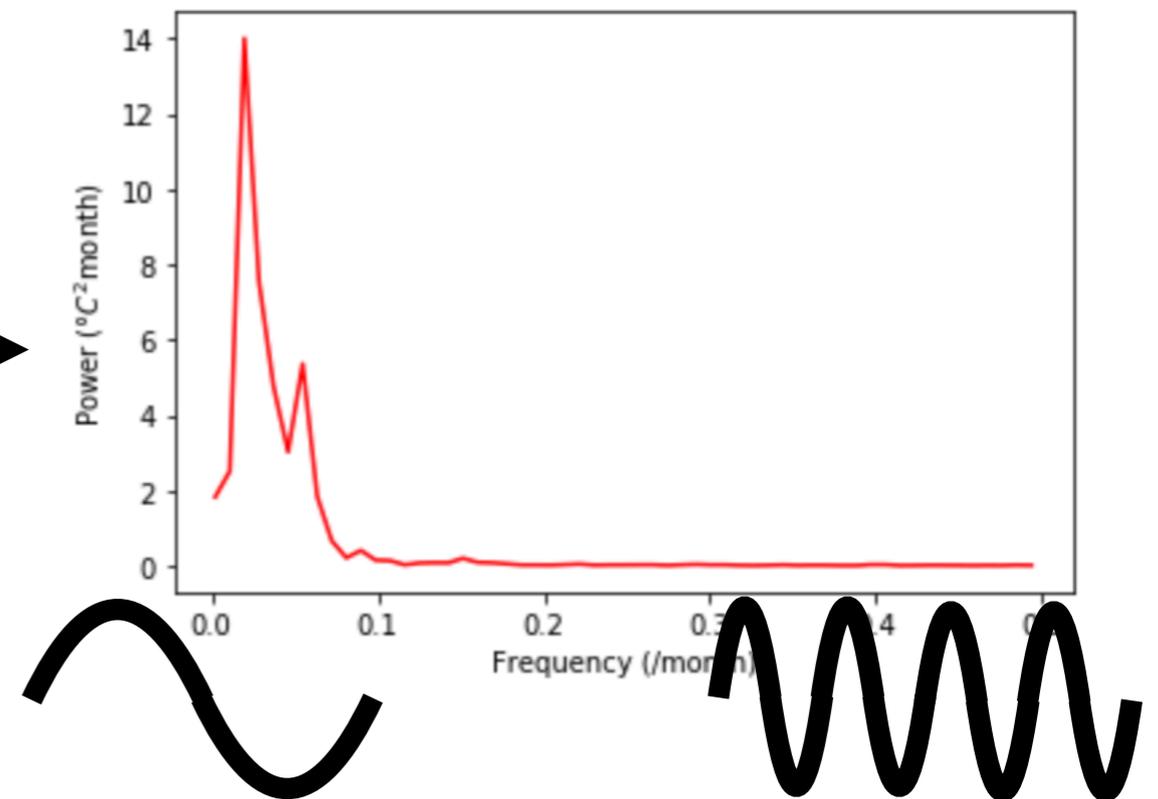
パワースペクトル

(細かいけどノイズだらけ)



パワースペクトル

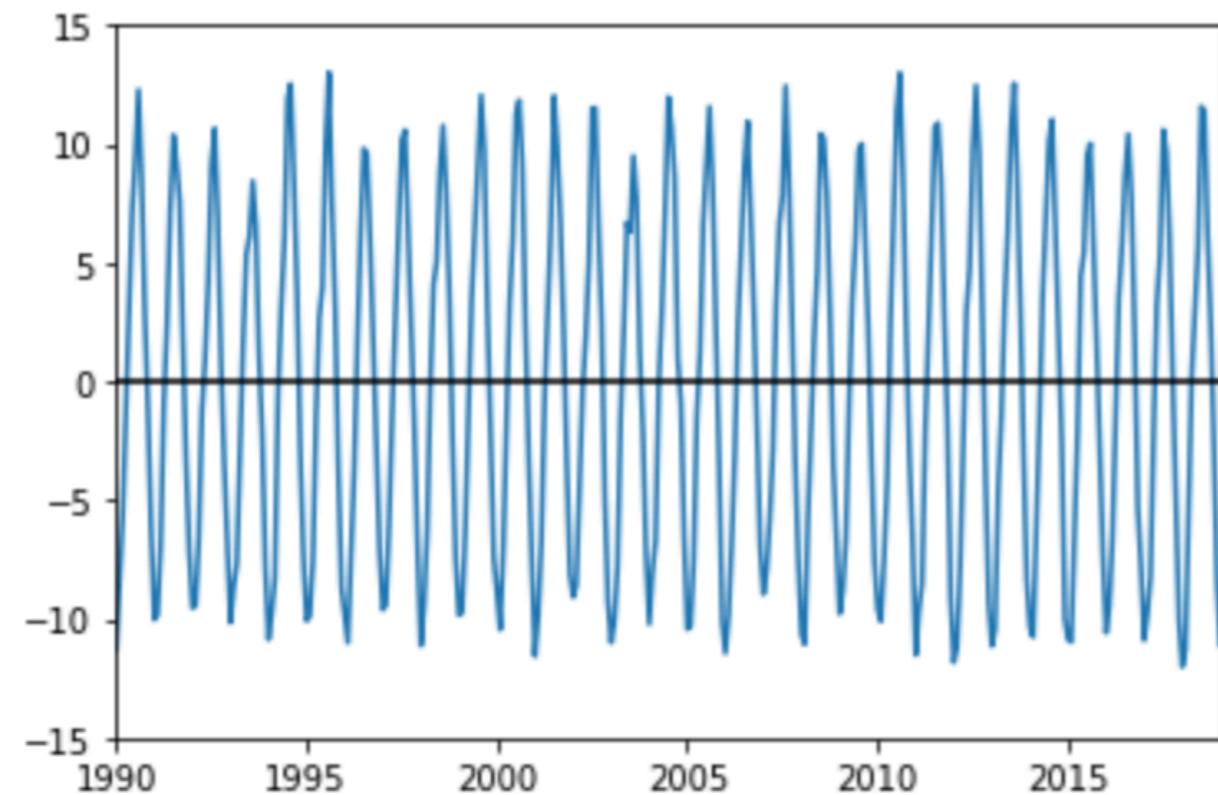
(荒いけどなめらか)



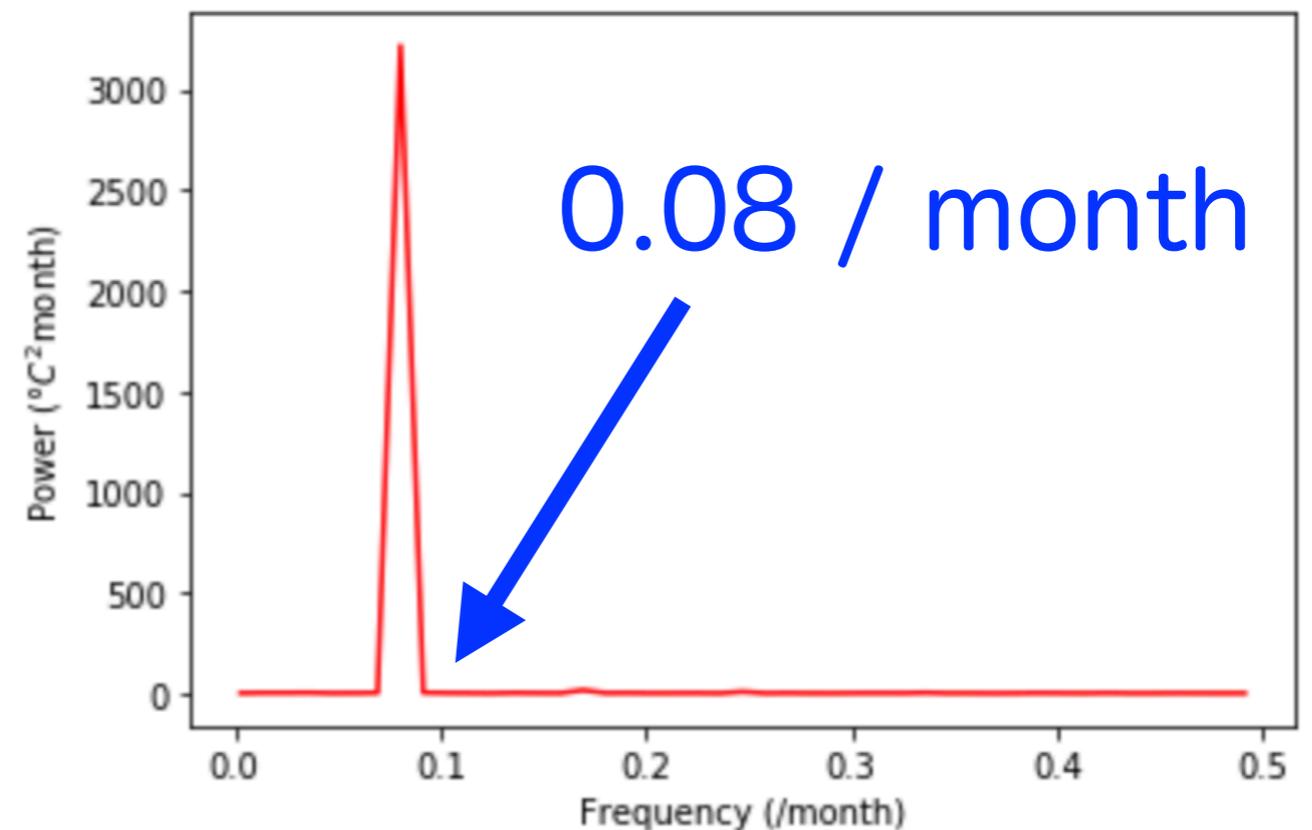
海面水温以外も  
色々計算してみたい！

# 色々なデータでパワースペクトルを 計算してみよう

東京の気温  
の時系列



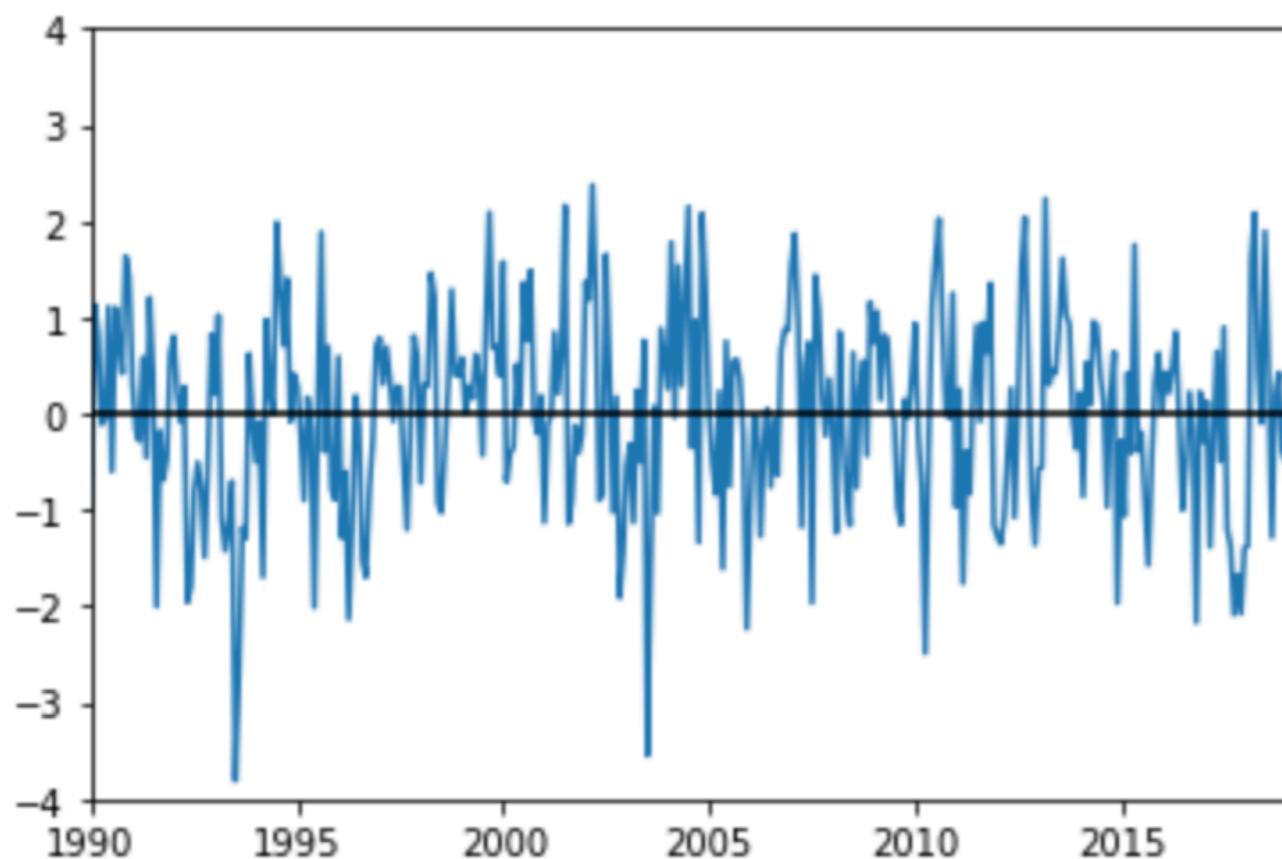
東京の気温  
のパワースペクトル



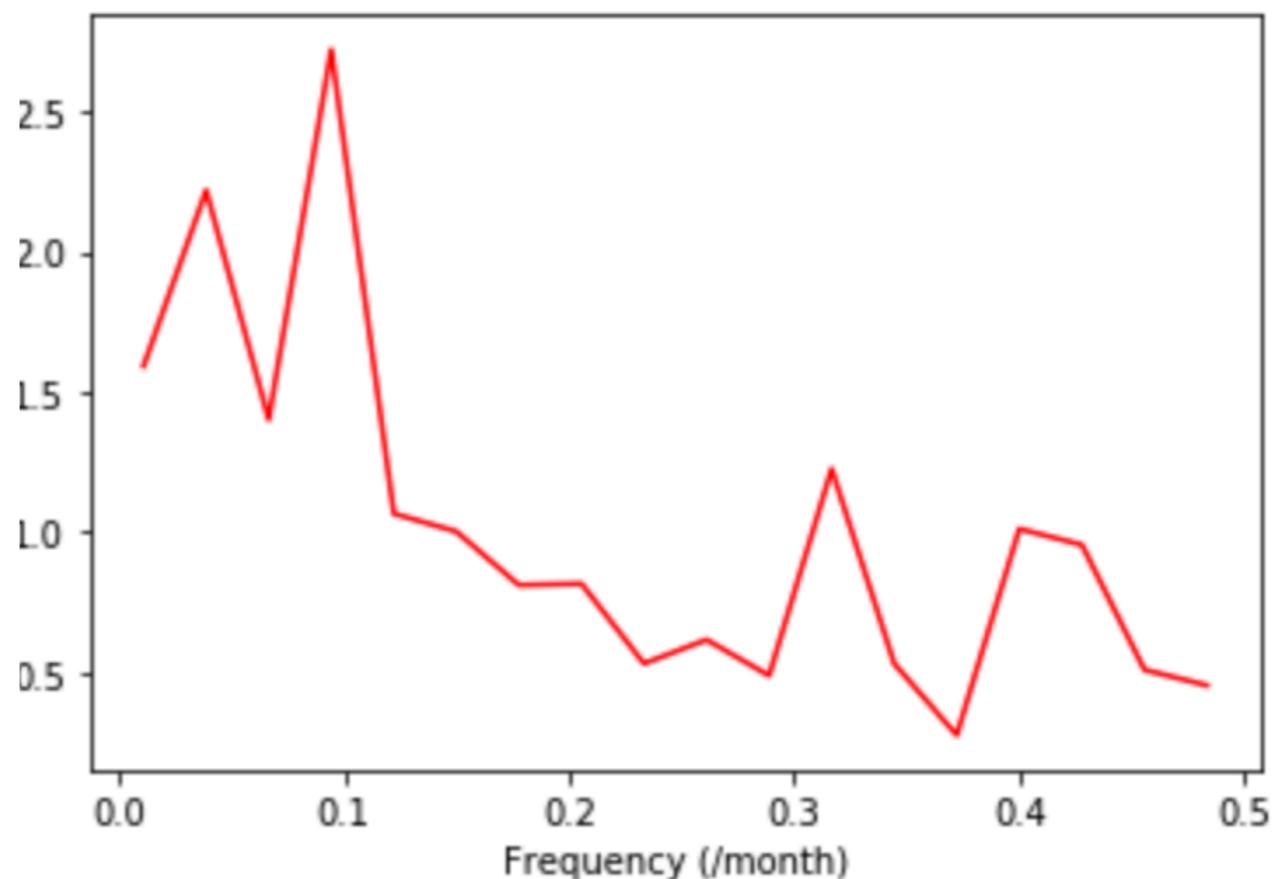
季節変動が卓越！（それはそう）

# 色々なデータでパワースペクトルを 計算してみよう

東京の気温偏差  
の時系列



東京の気温偏差  
のパワースペクトル



低周波が卓越する時系列を**レッドノイズ**という

## 用語解説：

**レッドノイズ** 低周波が卓越する時系列

**ホワイトノイズ** どの周波数も同じパワーを持った時系列

**過去のことを覚えている変数であるほど**

**レッドノイズ的になる**

**(例：海面水温， 海氷面積…)**

おまけ

**<https://togetter.com/li/1109514>**

## たのしい課題たち

A: パワースペクトルの説明

B: 平均をとる周波数の数を色々変えてみる

C: 好きなデータでパワースペクトルを計算

D: FFT関数の意味を考える

今日はフーリエ級数の考え方を  
実際のデータに拡張します

## パワースペクトルの計算

時系列データのパワースペクトルを計算することで  
卓越する周波数（帯）を検出する

FFT関数でフーリエ係数を計算したのち  
隣接する周波数と平均をとってスペクトルをなめらかにする

時系列データには色々な周波数のパワーが  
含まれていることを計算して示せるようになるのが目標

本日の導入パートは以上です。  
何でも良いので渡した紙に  
授業に関係のあるコメントを  
してください（出席代わり）。

コメント拾いが終わったら、  
早速今日のプログラミングに進みましょう。